数と式(解答)

laughcat

平成31 年7 月31 日

1 次の数の平方根を求めなさい。

(1). $25 \to 5$

(2). $16 \to 4$

(3). $1 \to 1$

(4). $\frac{1}{25} \to \frac{1}{5}$

(5). $0.01 \to 0.1$

(6). $\frac{1}{9} \to \frac{1}{3}$

2 次の式を計算しなさい。

(1). $\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

(2). $$\begin{aligned} \sqrt{2} + \sqrt{8} &= \sqrt{2} + \sqrt{8} \\ &= \sqrt{2} + 2\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

(3). $$\begin{aligned} & 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{18} \\ =\ & 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} \\ =\ & 6\sqrt{2} + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

(4). $2 + 4\sqrt{3} + 3 = 5 + 4\sqrt{3}$

(5). $$\begin{aligned} \sqrt{5+3} + 3\sqrt{2} &= \sqrt{8} + 3\sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

(6). $$\begin{aligned} \sqrt{1} + 5 &= 1 + 5 \\ &= 6 \end{aligned}$$

3 次の式を計算しなさい。

(1). $\sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{10}$

(2). $$\begin{aligned} \sqrt{3} \times \sqrt{3} &= \sqrt{3^2} \\ &= 3 \end{aligned}$$

(3). $$\begin{aligned} \sqrt{6} \times \sqrt{3} &= \sqrt{18} \\ &= \sqrt{3^2 \times 2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

(4). $$\begin{aligned} 3\sqrt{10} \times 2\sqrt{2} &= 6\sqrt{20} \\ &= 6\sqrt{2^2 \times 5} \\ &= 12\sqrt{5} \end{aligned}$$

(5). $$\begin{aligned} \sqrt{3+5} \times \sqrt{6} &= \sqrt{8} \times \sqrt{6} \\ &= \sqrt{48} \\ &= \sqrt{4^2 \times 3} \\ &= 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

(6). $$\begin{aligned} \sqrt{48} \times \sqrt{81} &= \sqrt{4^2 \times 3} \times \sqrt{9^2} \\ &= 4\sqrt{3} \times 9 \\ &= 36\sqrt{3} \end{aligned}$$

4　次の式を計算しなさい。

(1).
$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\\
=\;&\frac{1\times3\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times3\sqrt{2}}+\frac{1\times2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times2\sqrt{3}}\\
=\;&\frac{3\sqrt{2}}{6}+\frac{2\sqrt{3}}{6}\\
=\;&\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{6}
\end{aligned}
$$

(2).
$$
\begin{aligned}
\frac{1}{3}+\frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{1}{3}+\frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}\\
&= \frac{1}{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}\\
&= \frac{1+\sqrt{3}}{3}
\end{aligned}
$$

(3).
$$
\begin{aligned}
&\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}\\
=\;&\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{5}}\\
=\;&\frac{\sqrt{5}\times5\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times5\sqrt{6}}+\frac{1\times6\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times6\sqrt{5}}\\
=\;&\frac{5\sqrt{30}}{30}+\frac{6\sqrt{5}}{30}\\
=\;&\frac{5\sqrt{30}+6\sqrt{5}}{30}
\end{aligned}
$$

(4).
$$
\begin{aligned}
&\sqrt{\frac{2}{5}}+\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\\
=\;&\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\\
=\;&\frac{\sqrt{2}\times2\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times2\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{5}\times5\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times5\sqrt{2}}\\
=\;&\frac{2\sqrt{10}}{10}+\frac{5\sqrt{10}}{10}\\
=\;&\frac{7\sqrt{10}}{10}
\end{aligned}
$$

(5).
$$
\begin{aligned}
\frac{5}{\sqrt{2}}\times\frac{2}{\sqrt{5}} &= \frac{10}{\sqrt{10}}\\
&= \sqrt{10}
\end{aligned}
$$

(6).
$$
\begin{aligned}
&\sqrt{3}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{\sqrt{3}}\\
=\;&\sqrt{3}+\frac{4}{5\sqrt{3}}\\
=\;&\sqrt{3}+\frac{4\times\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\times\sqrt{3}}\\
=\;&\frac{15\sqrt{3}}{15}+\frac{4\sqrt{3}}{15}\\
=\;&\frac{19\sqrt{3}}{15}
\end{aligned}
$$

5　次の問いに答えよ。

「$a-1<\sqrt{34}<a+3$　となるような自然数 a の値を全て求めよ。」

$5^2=25,\quad 6^2=36$ より

$5<\sqrt{34}<6$ となる

よって、

$a-1\leq5\quad\rightarrow\quad a\leq6,$　と

$a+3\geq6\quad\rightarrow\quad a\geq3$

の両方を満たす、自然数 a であればよいので

$a=3,4,5,6$　となる。

6　次の問いに答えよ。

(1).「$1<\sqrt{3}<2$ である事を証明せよ。」

比較する数字は全て正の数であるので、全辺を二乗して大小関係を示す

$1^2<\sqrt{3}^2<2^2$

$1<3<4$ となるので、

$1<\sqrt{3}<2$

(2).「$(1+\frac{n}{10})^2<3$ となるような最大の整数 n を求めよ。」

$$\begin{aligned}
\text{左辺} &= (1+\frac{n}{10})^2 \\
&= 1+\frac{2}{10}n+\frac{1}{100}n^2 \\
&= \frac{1}{100}(n^2+20n+100)
\end{aligned}$$

(α).n=7 の時
左辺 $=\frac{1}{100}(49+140+100)=\frac{289}{100}<3$
(β).n=8 の時
左辺 $=\frac{1}{100}(64+160+100)=\frac{324}{100}>3$
よって、$n=7$

(3).「$(1.7+\frac{n}{100})^2<3$ となるような最大の整数 n を求めよ。」
(2) より、
$1.7^2=2.89$ を利用して、

$$\begin{aligned}
\text{左辺} &= (1.7+\frac{n}{100})^2 \\
&= 1.7^2+\frac{3.4}{100}n+\frac{1}{10000}n^2 \\
&= \frac{1}{10000}(n^2+340n+28900)
\end{aligned}$$

(α).n=3 の時
左辺 $=\frac{1}{10000}(9+1020+28900)$
$=\frac{29929}{10000}<3$
(β).n=4 の時
左辺 $=\frac{1}{10000}(16+1360+28900)$
$=\frac{30276}{10000}>3$
よって、$n=3$

(4).「$\sqrt{3}$ の値を小数点第 3 位まで求めよ。」
(3) より、
$1.73^2=2.9929$ を利用して、

$$\begin{aligned}
3 &> (1.73+\frac{n}{1000})^2 \\
&= 1.73^2+\frac{3.46}{1000}n+\frac{1}{1000000}n^2 \\
&= \frac{1}{1000000}(n^2+3460n+2992900)
\end{aligned}$$

を満たす最大の整数 n を求めればよいので、
(α).n=2 の時
$\frac{1}{1000000}(4+6920+2992900)$
$=\frac{2999824}{1000000}<3$
(β).n=3 の時
左辺 $=\frac{1}{1000000}(9+10320+2992900)$
$=\frac{3003229}{1000000}>3$
よって、$n=2$ となるので
$\sqrt{3}\approx 1.732$