

整数の性質 (標準問題2)

1 任意の自然数 n について、次の問い合わせを答えよ。

- (1). n^2 を 4 で割った時の余りが 0 か 1 である事を示せ。
- (2). n^2 を 3 で割った時の余りが 0 か 1 である事を示せ。
- (3). $n^2 - n$ を 2 で割った時の余りが 0 である事を示せ。
- (4). $n^2 - n$ を 4 で割った時の余りが 0 か 2 である事を示せ。
- (5). $n^2 + 2n$ を 2 で割った時の余りが 0 か 1 である事を示せ。
- (6). $n^2 + 2n$ を 4 で割った時の余りが 0 か 3 である事を示せ。
- (7). n^3 を 4 で割った時の余りが 0 か 3 である事を示せ。
- (8). n^{25} を 4 で割った時の余りが 0 か 3 である事を示せ。

2 次の問い合わせに答えよ。

n を自然数とする。

- (1). n^3 を 7 で割った余りを求めよ。
 - (2). $n^7 - n$ は 7 で割り切れる事を示せ。
 - (3). $n^7 - n$ は 42 で割り切れる事を示せ。
- (広島修道大)

3 次の問い合わせに答えよ。

a, b を自然数とする。

$$a^2 + b^2 = 100$$

を満たす時、次の問い合わせに答えよ。

- (1). a^2 を 4 で割った時の余りを求めよ。
- (2). 与式の左辺を 4 で割った時の余りを求めよ。
- (3). a, b が偶数である事を示せ。
- (4). 与式の左辺を 3 で割った時の余りを求めよ。
- (5). a, b のどちらか一方のみ 3 の倍数である事を示せ。
- (6). a, b を求めよ。